

MATEMÁTICA - ENSINO FUNDAMENTAL

EXERCÍCIOS - LISTA 3 - 6O. ANO

Problemas envolvendo codificação¹.

Problema Resolvido:

Suponha que os algarismos tenham sido codificados por um espião, de forma que cada algarismo foi substituído por uma letra diferente do alfabeto. Sempre o mesmo algarismo será representado pela mesma letra. Porém a única informação que você recebeu foi a seguinte soma:

$$\begin{array}{r} \text{POSSO} \\ + \text{POSSO} \\ \hline \text{MESMO} \end{array}$$

“O quê?!?” — você irá exclamar, atônito. “O que quer dizer isto: *posso + posso = mesmo??* Que difícil!”

Que nada! O espião fez isso apenas para lhe impressionar e confundir. Veremos que as informações dadas são suficientes para você descobrir qual o algarismo associado a cada letra da soma acima.

A primeira coisa a fazer é: lembrar que algarismos são os dez números abaixo, e note que todos tem apenas um dígito:

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.

A segunda coisa a fazer é perceber que o conjunto de letras acima, POSSO e MESMO não querem dizer realmente as palavras *posso* e *mesmo*, mas são apenas letras alinhadas:

P, O, S, S, O e M, E, S, M, O.

¹O “post” associado a este documento se encontra no blog <http://matematicareplay.wordpress.com>, na categoria de *Matemática do Ensino Fundamental*.

Então, para não nos enganarmos, vamos colocar cada letra da soma em uma caixinha, como abaixo:

	P	0	S	S	0
+	P	0	S	S	0
	M	E	S	M	0

Agora, quando você faz uma soma, você começa pelo algarismo mais à direita, certo? Então comecemos por ele:

					↓
	P	0	S	S	0
+	P	0	S	S	0
	M	E	S	M	0

Ora, se $0 + 0 = 0$, a pergunta que você tem que fazer é: *Que número somado a ele mesmo dá ele mesmo?* A única resposta possível é o número zero, certo? Qualquer outro algarismo dá um resultado diferente do que ele mesmo, tal como mostra a tabela abaixo:

$0 + 0 = 0$
$1 + 1 = 2 \neq 1$
$2 + 2 = 4 \neq 2$
$3 + 3 = 6 \neq 3$
$4 + 4 = 8 \neq 4$
$5 + 5 = 10 \neq 5$
$6 + 6 = 12 \neq 6$
$7 + 7 = 14 \neq 7$
$8 + 8 = 16 \neq 8$
$9 + 9 = 18 \neq 9$

Então já descobrimos o primeiro enigma:

→ $0 = 0$ (ou seja, a letra 0 foi substituída pelo algarismo 0, zero).

Vamos então atualizar nossa tabela, substituindo todos os 0 por 0 :

	P	0	S	S	0
+	P	0	S	S	0
	M	E	S	M	0

Passemos agora para o segundo dígito mais à direita:

				↓	
	P	0	S	S	0
+	P	0	S	S	0
	M	E	S	M	0

Ora, se $S + S = M$, o que podemos deduzir disso? A resposta é: *nada*. Pelo menos, ainda não! Não vamos desistir, certo? Ainda há muita informação que podemos explorar. Passemos, então para o próximo dígito:

			↓		
	P	0	S	S	0
+	P	0	S	S	0
	M	E	S	M	0

Ora, se $S + S = S$, a pergunta que você tem que fazer é: *Que número somado a ele mesmo dá ele mesmo?* A única resposta possível é o número zero, certo?

Errado!

Bem, na verdade a resposta está certa, mas fizemos a pergunta errada. Isso porque, obviamente, já deduzimos antes que $0 = 0$, logo, S não pode ser zero também, pois vimos que não há mais de uma letra substituindo um mesmo algarismo.

Então como pode ser que $S + S = S$? Qual a pergunta certa a se fazer?

Bem, S sozinho é um algarismo, e portanto só tem um dígito. Mas não devemos nos esquecer dos outros algarismos envolvidos na soma $POSSO + POSSO$! Isto é, o “ $POSSO$ ” é na verdade um número com 5 algarismos, certo?

Assim, nada impede que $S + S = S$ *dentro da soma*, ou seja, desde que lembremos que a *soma possa ultrapassar o número 9*, e que portanto “vai um”!

O que queremos dizer com isto? Vamos dar mais uma olhada na nossa tabela de somas de mesmos algarismos, mas agora separando os algarismos de cada soma resultante em dois dígitos:

		↓
0 + 0 =	0	0
1 + 1 =	0	2
2 + 2 =	0	4
3 + 3 =	0	6
4 + 4 =	0	8
5 + 5 =	1	0
6 + 6 =	1	2
7 + 7 =	1	4
8 + 8 =	1	6
9 + 9 =	1	8

O que temos que procurar agora, é um algarismo que, somado a ele mesmo, fornece um número cuja casa das unidades (o dígito mais à direita, ver a seta na tabela acima) é esse mesmo algarismo.

Você vai ver que *nenhum algarismo* parece satisfazer a esta condição!

O que faremos?

Ora, não é tão desesperador assim! A resposta ao enigma está no dígito anterior, que havíamos pulado por falta de informações, onde é dito que $S + S = M$. Podemos ver que o único jeito é que esta soma também deve ter ultrapassado o número 9 e “foi a um” na casa seguinte, ou seja:

			1		
	P	0	S	S	0
+	P	0	S	S	0
	M	E	S	M	0

Agora sim, vejamos qual algarismo satisfaz a pergunta: “qual o algarismo que somado a ele mesmo e *mais 1* fornece um número cuja casa das unidades é o próprio algarismo?”

		↓
$0 + 0 + 1 =$	0	1
$1 + 1 + 1 =$	0	3
$2 + 2 + 1 =$	0	5
$3 + 3 + 1 =$	0	7
$4 + 4 + 1 =$	0	9
$5 + 5 + 1 =$	1	1
$6 + 6 + 1 =$	1	3
$7 + 7 + 1 =$	1	5
$8 + 8 + 1 =$	1	7
$9 + 9 + 1 =$	1	9

Se você respondeu que o algarismo 9, então parabéns! De fato, $9 + 9 + 1 = 19$, tendo portanto a casa das unidades igual a 9.

Então já descobrimos o segundo enigma:

→ $S = 9$ (ou seja, a letra S foi substituída pelo algarismo 9).

Vamos então atualizar nossa tabela:

		1	1		
	P	0	9	9	0
+	P	0	9	9	0
	M	E	9	M	0

Agora ficou moleza deduzir o valor de M, de forma que descobrimos o terceiro enigma:

→ $M = 8$ (ou seja, a letra M foi substituída pelo algarismo 8).

Mais moleza ainda ficou o valor de E, de forma que descobrimos o quarto enigma:

→ $E = 1$ (ou seja, a letra E foi substituída pelo algarismo 1).

		1	1		
	P	0	9	9	0
+	P	0	9	9	0
	8	1	9	8	0

Deixo para você descobrir o valor de P, que agora também ficou trivial. Se você entendeu tudo e chegou na resposta abaixo, parabéns!

		1	1		
	4	0	9	9	0
+	4	0	9	9	0
	8	1	9	8	0

Legal, né?

Agora tente decifrar você mesmo o seguinte código:

		E	R	R	E
+		E	R	R	E
	T	O	R	T	O

Cheque sua resposta na próxima página.

Resposta

Você vai perceber que, pelas informações dadas, não é possível deduzir qual o algarismo que E substituiu. Porém, você deverá ter certeza de que o algarismo em questão não pode ser menor ou igual a 5. Por quê?

Veja as possibilidades abaixo.

1			1	
	9	0	0	9
+	9	0	0	9
1	8	0	1	8

1			1	
	8	0	0	8
+	8	0	0	8
1	6	0	1	6

1			1	
	7	0	0	7
+	7	0	0	7
1	4	0	1	4

1			1	
	6	0	0	6
+	6	0	0	6
1	2	0	1	2

©2010 Christine Córdula Dantas

Copyright notice: Christine Córdula Dantas is the author of “Matemática - Ensino Fundamental - Lista 3 - 6o. Ano” and reserves all rights to this work, in all forms, including but not limited to all printed and electronic forms. You have permission to copy this material for your personal use only. You may not distribute or commercially exploit the content. Nor may you transmit it or store it in any other website or other form of electronic retrieval system. All efforts were given to give the proper source, credits and licence information for this document. In case of errors or omissions, please contact the author.

Corrections, Suggestions and Acknowledgements: Earlier drafts of this work were made available over the web. All efforts were made in order to release this material as free of errors as possible. Corrections and suggestions are very welcomed and will be here acknowledged in future versions.

Author’s Affiliation and Contact Information:

Materials Division (AMR-C)
Institute of Aeronautics and Space (IAE)
Department of Science and Aerospace Technology (DCTA)
Pça. Mal. Eduardo Gomes, 50
Vila das Acácias
São José dos Campos - SP
CEP 12.228-904
Brazil

E-mails: ccdantas@iae.cta.br; christinedantas@yahoo.com

Typesetting: This material was typeset using L^AT_EX 2_ε .